МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«АРМАВИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

П Р О Г Р А М М А
ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА
ПО МАТЕМАТИКЕ

для поступающих в 2017 году на программы бакалавриата
на базе среднего (полного) общего образования

Армавир
2016

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА ПО МАТЕМАТИКЕ

Порядок проведения вступительного испытания

Вступительный экзамен по математике проводится в письменной тестовой форме. Накануне экзамена в соответствии с расписанием, утвержденным председателем приемной комиссии, проводится консультация, где абитуриент может получить ответы на вопросы по содержанию тестовых заданий, по порядку организации и проведения вступительного испытания, а также порядку оценивания результатов выполнения экзаменационной работы. Посещение консультации не является обязательным для абитуриента.

В определенное расписанием экзаменов время абитуриент прибывает на экзамен, имея при себе паспорт, экзаменационный лист и **шариковую** ручку со стержнем черного цвета. После размещения всех допущенных к вступительным испытаниям абитуриентов в аудиториях уполномоченные представители приемной и предметной комиссий объясняют правила выполнения письменной тестовой работы, порядок заполнения бланков ответов и раздают бланки с тестовыми экзаменационными заданиями, бланки для выполнения заданий, оформления ответов, а также бланки для выполнения черновых записей. С этого момента начинается отсчет времени выполнения экзаменационной работы.

По окончании отведенного времени абитуриенты сдают все необходимые бланки и экзаменационные листы уполномоченным членам приемной и предметной комиссий и покидают аудиторию.

На вступительном экзамене абитуриенту запрещается иметь при себе средства мобильной связи!

Пояснительная записка

Настоящая программа состоит из трех разделов. В первом разделе перечислены основные математические понятия, которыми должен владеть поступающий.

Во втором разделе перечислены основные формулы и теоремы, которые должен знать поступающий. При подготовке к экзамену целесообразно познакомиться с формулировками утверждений из этого раздела.

В третьем разделе указаны основные умения и навыки, которыми должен владеть поступающий.

Объем знаний и степень владения материалом, описанные в программе, соответствуют федеральному компоненту государственного стандарта основного общего и среднего (полного) общего образования. Объекты и факты, не изучаемые в школе, также могут использоваться поступающим, но при условии, что он способен их пояснять и доказывать.

В связи с многообразием школьных учебников и их переизданием некоторые утверждения из второго раздела могут в отдельных учебниках называться иначе, чем в программе, или формулироваться в виде задач, или вовсе отсутствовать. Такие случаи не освобождают поступающего от необходимости знать эти утверждения.

Экзаменационная работа состоит из двух частей, которые различаются по содержанию, сложности и числу заданий. Определяющим признаком каждой части работы является форма заданий:

– часть 1 содержит задания с кратким ответом;

– часть 2 содержит задания с развернутым ответом.

Часть 1 включает 10 заданий с кратким ответом, кторые предназначены для определения математических компетентностей выпускников образовательных учреждений, реализующих программы среднего (полного) общего образования на базовом уровне. Задание с кратким ответом считается выполненным, если верный ответ зафиксирован в бланке ответов в той форме, которая предусмотрена инструкцией по выполнению задания. Ответом на задания части 1 является целое число или конечная десятичная дробь.

Часть 2 включает 5 заданий с развернутым ответом, в числе которых 4 задания повышенного и 1 задание высокого уровня сложности, предназначенные для более точной дифференциации абитуриентов.

При выполнении заданий с развернутым ответом части 2 экзаменационной работы в бланке ответов должно быть записано полное обоснованное решение и ответ для каждой задачи.

На выполнение экзаменационной работы отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Правильное решение каждого из заданий 1 части экзаменационной работы оценивается 4 баллами. Задание считается выполненным верно, если экзаменуемый дал правильный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Задания части 2 оцениваются от 0 до 12 баллов. Максимальный балл за всю работу 100 баллов.

I. ОСНОВНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПОНЯТИЯ И ФАКТЫ

Арифметика, алгебра и начала анализа

1. Натуральные числа (N). Простые и составные числа. Делитель, кратное. Общий наибольший делитель. Общее наименьшее кратное.
2. Признаки делимости на 2,3,5,9,10.
3. Целые числа (Z). Рациональные числа (Q), их сложение, вычитание и деление. Сравнение рациональных чисел.
4. Действительные числа (R), их представление в виде десятичных дробей. Действия над действительными числами, их сравнение.
5. Изображение чисел на прямой. Модуль действительного числа, его геометрический смысл.
6. Числовые выражения. Выражения с переменными. Формулы сокращенного умножения.
7. Степень с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень.
8. Логарифмы, их свойства.
9. Одночлен и многочлен.
10. Многочлен с одной переменной. Корень многочлена на примере квадратного трехчлена.
11. Понятие функции. Способы задания функции. Область определения, множество значений функции.
12. График функции. Возрастание и убывание функции; периодичность, четность, нечетность.
13. Достаточное условие возрастания (убывания) функции на промежутке. Понятие экстремума функции. Необходимое условие экстремума (теорема Ферма). Достаточное условие экстремума. Наибольшее (наименьшее) значение функции на промежутке.
14. Определение и основные свойства функции: линейной, квадратичной $y=ax^2+bx+c$,степенной $y=ax^n(n\in N)$, $y=k/x$, показательной $y=a^x$, логарифмической, тригонометрических функций ($y=\sin x$, $y=\cos x$, $y=\mathrm{tg} x$), арифметического корня $y=\sqrt{x}$.
15. Уравнение. Корни уравнения. Понятия о равносильных уравнениях.
16. Неравенства. Решения неравенств. Понятие о равносильных неравенствах.
17. Система уравнений и неравенств. Решение системы.
18. Арифметическая и геометрическая прогрессии формула n-го члена и суммы первых n членов арифметической прогрессии. Формула n-го члена и суммы первых n членов геометрической прогрессии.
19. Синус и косинус суммы и разности двух аргументов (формулы).
20. Преобразование в произведение сумм $\sin\alpha \pm \sin\beta$; $\cos\alpha \pm \cos\beta$.
21. Определение производной. Ее физический и геометрический смысл.
22. Производные функций $y=\sin x$; $y=\cos x$; $y=\mathrm{tg} x$; $y=x^n$ $(n\in Z)$;$y=e^x$, $y=a^x$, $y=\ln x$; $y=\log_a x$.

Геометрия

1. Прямая, луч, отрезок, ломаная; длина отрезка. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы. Окружность, круг. Параллельные прямые.
2. Примеры преобразования фигур, виды симметрии. Преобразование подобия и его свойства.
3. Векторы. Операции над векторами.
4. Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали.
5. Треугольник. Его медиана, биссектриса, высота. Виды треугольников. Соотношение между сторонами и углами прямоугольного треугольника.
6. Четырехугольник: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция.
7. Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус. Касательная к окружности. Дуга окружности. Сектор.
8. Центральные и вписанные углы.
9. Формула площади: треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба квадрата, трапеции.
10. Длина окружности и длина дуги окружности. Радианная мера угла. Площадь круга и площадь сектора.
11. Подобие. Подобные фигуры. Отношение площадей подобных фигур.
12. Плоскость. Параллельные и пересекающиеся плоскости.
13. Параллельность прямой и плоскости.

14. Угол прямой с плоскостью. Перпендикуляр к плоскости.
15. Двухгранные углы. Линейный угол двухгранного угла. Перпендикулярность двух плоскостей.
16. Многогранники. Их вершины, ребра, грани, диагонали. Прямая и наклонная призмы; пирамиды. Правильная призма и правильная пирамида. Параллелепипеды, их виды.
17. Фигуры вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара. Плоскость, касательная к сфере.
18. Формула объема параллелепипеда.
19. Формулы площади поверхности и объема призма.
20. Формулы площади поверхности и объема пирамиды.
21. Формулы площади поверхности и объема цилиндра.
22. Формулы площади поверхности и объема конуса.
23. Формула объема шара.
24. Формула площади поверхности сферы.

II. ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ И ТЕОРЕМЫ

Алгебра и начала анализа

1. Свойства функции $y=ax+b$ и ее график.
2. Свойства функции $y=k/x$ и ее график.
3. Свойства функции $y=ax^2+bx+c$ и ее график.
4. Формула корней квадратного уравнения.
5. Теорема Виета (прямая и обратная).
6. Разложение квадратного трехчлена на линейные множители.
7. Свойства числовых неравенств.
8. Логарифм произведения, степени, частного.
9. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формулы n-го члена и суммы первых -n членов прогрессии.
10. Определение и свойства функций $y=\sin x$ и $y=\cos x$ и их графики.
11. Определение и свойства функции $y=\mathrm{tg}x$ и ее график.
12. Решение уравнений вида $\sin x=a$, $\cos x=a$, $\mathrm{tg}x=a$.
13. Формулы приведения.
14. Зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.
15. Тригонометрические функции двойного аргумента.

Геометрия

1. Свойства равнобедренного треугольника.
2. Свойства точек, равноудаленных от концов отрезка.
3. Признаки параллельности прямых.
4. Сумма углов треугольника. Сумма внутренних углов выпуклого многоугольника.
5. Признаки равенства треугольников.
6. Признаки параллелограмма.
7. Окружность, описанная около треугольника.
8. Окружность, вписанная в треугольник.
9. Свойство касательной к окружности.
10. Величина угла, вписанного в окружность.
11. Признаки подобия треугольников.
12. Теорема Пифагора.
13. Формулы площадей параллелограмма, треугольника, трапеции.
14. Теоремы синусов и косинусов.
15. Формула расстояния между двумя точками плоскости. Уравнение окружности.
16. Признак параллельности прямой и плоскости.
17. Признак параллельности плоскостей.
18. Теорема о перпендикулярности прямой и плоскости.
19. Перпендикулярность двух плоскостей.
20. Теорема о трех перпендикулярах.

III. ОСНОВНЫЕ УМЕНИЯ И НАВЫКИ

Экзаменующий должен уметь:

1. Уметь выполнять вычисления и преобразования.

1.1. Выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма.

1.2. Вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования.

1.3. Проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы логарифмы и тригонометрические функции.

2. Уметь решать уравнения и неравенства.

2.1. Решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрические и логарифмические уравнения, их системы.

2.2. Решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков; использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод.

2.3. Решать рациональные, показательные и логарифмические неравенства, их системы.

3. Уметь выполнять действия с функциями.

3.1. Определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции; описывать по графику поведение и свойства функции, находить по графику функции наибольшее и наименьшее значения; строить графики изученных функций.

3.2. Вычислять производные и первообразные элементарных функций.

3.3. Исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшее и наименьшее значения функции.

4. Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами.

4.1. Решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей).

4.2. Решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы.

4.3. Определять координаты точки; проводить операции над векторами, вычислять длину и координаты вектора, угол между векторами.

5. Уметь строить и исследовать простейшие математические модели.

5.1. Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры.

5.2. Моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин.

5.3. Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения.

5.4. Моделировать реальные ситуации на языке теории вероятностей и статистики, вычислять в простейших случаях вероятности событий.

6. Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни.

6.1. Анализировать реальные числовые данные, информацию статистического характера; осуществлять практические расчеты по формулам; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах.

6.2. Описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами и интерпретировать их графики; извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках.

6.3. Решать прикладные задачи, в том числе социально - экономического и физического характера, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения.

ВАРИАНТ ЭКЗАМЕНАЦИОННОЙ РАБОТЫ ПО МАТЕМАТИКЕ

Часть 1

1. Тетрадь стоит 20 рублей. Какое наибольшее число тетрадей можно купить на 650 рублей после понижения цены на 20%.

2. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис. 1). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

3. Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{6}\right)^{x-1} = \frac{1}{36}$.

4. Найдите наименьшее целое решение неравенства $x^2 - 5x + 16 \le 10$.

5. В треугольнике ABC угол C равен 90^0, $AB = 10$, $AC = 8$. Найдите $\sin A$.

6. Найдите значение выражения $11 \cdot 6^{\log_6 2}$.

7. Диагональ основания правильной четырехугольной пирамиды равна 12, высота равна 8. Найдите боковое ребро пирамиды (рис. 2).

8. В сборнике билетов по математике всего 25 билетов, в 10 из них встречается вопрос по неравенствам. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопроса по неравенствам.

9. Некоторая компания продает свою продукцию по цене $p = 600$ руб. за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют $\nu = 300$ руб., постоянные расходы предприятия $f = 700\,000$ руб. в месяц. Месячная операционная прибыль предприятия, выраженная в рублях, вычисляется по формуле: $\pi(q) = q(p - \nu) - f$. Определите наименьший месячный объем производства q (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль будет не меньше 500 000 руб.

10. Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 - 2x^2 + x + 5$ на отрезке [1; 4].

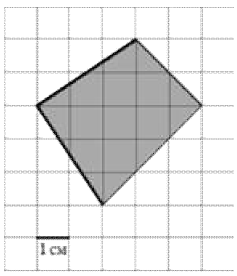


Рис. 1.

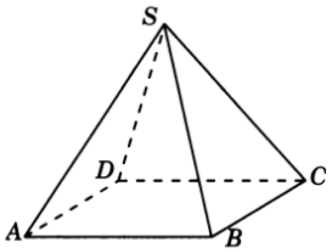


Рис. 2.

Часть 2

11. Из двух пунктов одновременно навстречу друг другу выехал велосипедист и вышел пешеход. Скорость пешехода 3 км/ч, скорость велосипедиста в 4 раза больше скорости пешехода. Через сколько часов они встретятся, если расстояние между пунктами 60 км?

12. Решите уравнение $8 \sin^2 x + 5 \operatorname{tg} x \cos x - 3 = 0$.

13. Все ребра правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ имеют длину 6. Точки M и N – середины ребер AA_1 и A_1C_1 соответственно.

а) Докажите, что прямые BM и MN перпендикулярны.

б) Найдите угол между плоскостями BMN и ABB_1.

14. Решите неравенство $\log_3(3x-1) < \log_3(2x+3)$.

15. Можно ли привести пример пяти различных натуральных чисел, произведение которых равно 312 и
а) пять;
б) четыре;
в) три из них образуют геометрическую прогрессию?

Критерии по проверке и оценке работ

Каждое из заданий 1–10 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Каждое верно выполненное задание **оценивается 4 баллами**. При выполнении заданий 11–15 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные за выполненные задания, суммируются.

№ задания	Ответ
1	40
2	12,5
3	3
4	2
5	0,6
6	22
7	10
8	0,6
9	4000
10	5

Решения и критерии оценивания заданий 11–15

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 11–15, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.
Проверяется только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитываются. При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

11. Из двух пунктов одновременно навстречу друг другу выехал велосипедист и вышел пешеход. Скорость пешехода 3 км/ч, скорость велосипедиста в 4 раза больше скорости пешехода. Через сколько часов они встретятся, если расстояние между пунктами 60 км?

Решение:

$V_п = 3$ км/ч, $V_в = 4*V_п = 4*3 = 12$(км/ч).

Скорость сближения пешехода и велосипедиста равна 3 + 12 = 15 (км/ч).

Расстояние между пунктами 60 км, значит, время до встречи равно

$t = \frac{S}{V}$, т. е. $t = \frac{60}{15} = 4$ (ч).

Через 4 часа они встретятся.

Ответ: 4 ч.

Содержание критерия	Оценка	Баллы
Рассуждения при решении задачи приведены правильные, обоснованные, соответствующие условию задачи, в случае необходимости единицы измерений согласованы	5	12
Имеется верная, обоснованная последовательность шагов решения, но допущена незначительная неточность или арифметическая ошибка, не повлиявшая на ход решения	4	9
Последовательность шагов решения верная, но недостаточно или полностью не обоснованная	3	6
Необоснованные вычисления приведены верно, неправильно записан ответ	2	3
Приведено полностью неправильное решение	1	0
Не приступал к решению или записан правильный ответ без решения	0	0
Максимальный балл		12

12. Решите уравнение $8\sin^2x + 5tgx* \cos x – 3 = 0$.

Решение:

$8\sin^2x + 5tgx *\cos x – 3 = 0$;

ОДЗ: $x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in Z$;

Преобразуем с помощью равносильных преобразований уравнение и решим его в ОДЗ:

$8\sin^2x + 5\frac{\sin x}{\cos x}\cos x – 3 = 0$;

$8\sin^2 x + 5\sin x - 3 = 0$;

Обозначим $\sin x = t$, $-1 \le t \le 1$;

$8t^2 + 5t - 3=0$;

$D = 5^2 + 4*8*3 = 121$;

$t_{1,2}=\frac{-5\pm 11}{16}$;

$t_1=-1$;

$t_2=\frac{3}{8}$.

Вернемся к прежней переменной:

$$\left[\begin{array}{ll} \sin x = -1, & x=-\frac{\pi}{2} + 2\pi m,\ m \in Z \text{ (не принадлежит ОДЗ);} \\ \sin x = \frac{3}{8}, & x=(-1)^n \arcsin\frac{3}{8} + \pi n,\ n \in Z. \end{array}\right.$$

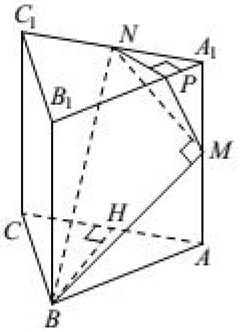
Ответ: $x = (-1)^n \arcsin\frac{3}{8} + \pi n$, $n \in Z$.

Содержание критерия	Оценка	Баллы
Обоснованно получен верный ответ. Верно найдена область допустимых значений. Произведен отбор корней.	5	12
Имеется верная, обоснованная последовательность шагов решения, но допущена незначительная неточность или арифметическая ошибка, не повлиявшая на ход решения	4	9
Последовательность шагов решения верная, но не произведен отбор корней или отбор корней выполнен неверно	3	6
Необоснованные вычисления приведены верно, неправильно записан ответ	2	3
Приведено полностью неправильное решение	1	0
Не приступал к решению или записан правильный ответ без решения	0	0
Максимальный балл		12

13. Все ребра правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ имеют длину 6. Точки M и N – середины ребер AA_1 и A_1C_1 соответственно.

а) Докажите, что прямые BM и MN перпендикулярны.

б) Найдите угол между плоскостями BMN и ABB_1.



Решение. а) Пусть точка H – середина AC. Тогда

$$MN^2 = BH^2 + NH^2 = (3\ \ 3) + 6 = 63.$$

Вместе с тем,

$$BM^2 + MN^2 = (3^2 + 6^2) + (3^3 + 3^3) = 63,$$

а тогда по теореме, обратной теореме Пифагора, треугольник BMN является прямоугольным с прямым углом M.

б) Проведем перпендикуляр NP к прямой A_1B_1 . Тогда прямые NP и A_1B_1 , а также прямые NP и A_1A перпендикулярны. Следовательно, и прямая NP перпендикулярна алоскости ABB_1. Поэтому MP - проекция MN на плоскость ABB_1.

Прямая BM перпендикулярна MN , тогда по теореме о трех перпендикулярах BM перпендикулярна MP. Следовательно, угол NMP – линейный угол искомого угла.

Длина NP равна половине высоты треугольника $A_1B_1C_1$, то есть

$NP = \dfrac{3\sqrt{3}}{2}$. Поэтому $\sin \angle NMP = \dfrac{NP}{MN} = \dfrac{3\sqrt{3}}{2 \cdot 3\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}}$.

Следовательно, $\angle NMP = \arcsin\sqrt{\dfrac{3}{8}}$.

Ответ: б) $\arcsin\sqrt{\dfrac{3}{8}}$.

Содержание критерия	Оценка	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах *а* и *б*. Последовательность рассуждений правильная, вычисления проведены верно	5	12
Имеется верная, обоснованная последовательность шагов проведения доказательства в пункте *а*, но в вычислительной части пункта б допущена незначительная неточность или арифметическая ошибка, не повлиявшая на ход решения	4	9
Выполнен только один из пунктов *а* или *б*	3	6
Приведены лишь вычисления без объяснений и обоснований	2	3
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведенных выше	1	0
Не приступал к решению или записан правильный ответ без решения	0	0
Максимальный балл		12

14. Решите неравенство $\log_3(3x-1) < \log_3(2x+3)$.

Решение:

Так как основание логарифма равно 3, а $3 > 1$, то логарифмическое неравенство равносильно системе неравенств:

$$\begin{cases} 3x-1>0 \\ 2x+3>0 \\ 3x-1<2x+3, \end{cases} \quad \begin{cases} x>\frac{1}{3} \\ x>-\frac{3}{2} \\ x<4, \end{cases} \quad \begin{cases} x>\frac{1}{3} \\ x<4, \end{cases} \quad \frac{1}{3}<x<4, \quad x\in\left(\frac{1}{3};4\right).$$

Ответ: $\left(\frac{1}{3};4\right)$.

Содержание критерия	Оценка	Баллы
Обоснованно получен верныйответ. Последовательность равносильных преобразований выполнена верно. Учтена область определения неравенства (в любой форме записи)	5	12
Имеется верная, обоснованная последовательность шагов решения. Допущена единичная вычислительная ошибка, возможно приведшая к неверному ответу	4	9
Не обоснован переход к равносильной исходному неравенству системе неравенств.	3	6
Приведены лишь вычисления без обоснований и ОДЗ	2	3
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведенных выше	1	0
Не приступал к решению или записан правильный ответ без решения	0	0
Максимальный балл		12

16. Можно ли привести пример пяти различных натуральных чисел, произведение которых равно 312 и

а) пять;

б) четыре;

в) три из них образуют геометрическую прогрессию?

Решение:

Разложим на простые множители число 312:

$$
\begin{array}{r|l}
312 & 2 \\
156 & 2 \\
78 & 2 \\
39 & 3 \\
13 & 13 \\
1 &
\end{array}
$$

$N = 312 = 1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot13 = 1\cdot2^3\cdot3^1\cdot13^1$. Из разложения числа 312 на простые множители видим, что

а) $b_1,\ b_1q,\ b_1q^2,\ b_1q^3,\ b_1q^4$; $n = b_1^5 q^{10} \neq 312$; Нет, т. к. $q \neq 1$, то $b_1 = 1$, а в разложении числа 312 отсутствует сомножитель, отличный от 1, в десятой степени.

б) $b_1,\ b_1q,\ b_1q^2,\ b_1q^3$; $312 \,\vdots\, b_1^4q^6$; Нет, т. к. в разложении числа 312 отсутствует сомножитель, отличный от 1, в шестой степени.

.

в) $b_1,\ b_1q,\ b_1q^2$; $312 \,\vdots\, b_1^3q^3$; Да, т. к. при $b_1 = 1$ и $q = 2$ условие задачи выполняется.

Пример: 1, 2, 4.

Ответ: а) Нет, б) Нет, в) Да.

Содержание критерия	**Оценка**	**Баллы**
Верно и обоснованно получены **все** перечисленные (см. критерий на оценку 2) результаты	5	12
Верно и обоснованно получены **все** перечисленные (см. критерий на оценку 2) результаты, **не** приведен пример в пункте *в*	4	9
Верно и обоснованно получены **два** перечисленных (см. критерий на оценку 2) результата.	3	6
Верно получен **один** из следующих результатов: - обоснованное решение пункта *а*; - обоснованное решение пункта *а*; - обоснованное решение пункта *в,* приведен пример, обеспечивающий точность предыдущей оценки	2	3
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведенных выше	1	0
Не приступал к решению или записан правильный ответ без решения	0	0
Максимальный балл		12